

DOI: 10.31862/2500-297X-2024-1-28-37

УДК 372.862

**Г.Л. Абдулгалимов<sup>1</sup>, Е.А. Полькина<sup>1, 2</sup>**

<sup>1</sup> Московский педагогический государственный университет,  
119435 г. Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup> Российская академия народного хозяйства  
и государственной службы  
при Президенте Российской Федерации (РАНХиГС),  
119571 г. Москва, Российская Федерация

## Обучение решению задач кинематики в современном детском технопарке

В статье описаны вопросы разработки и программирования роботов-манипуляторов на базе робототехнических наборов в детском технопарке. Рассматриваются основные элементы знаний из математики и механики для решения прямой и обратной задачи кинематики. Манипулятор состоит из нескольких звеньев и рабочего органа, которые образуют кинематические пары, совершающие поступательные или вращательные движения друг относительно друга. Прямая задача кинематики требует вычисления координат рабочего органа при известных значениях углов отклонения звеньев, а обратная – наоборот, расчет углов отклонения звеньев манипулятора при известных значениях координат рабочего органа. Решение этих задач требует знания основных систем координат, теоремы Пифагора, тригонометрических функций, теоремы косинусов, что описано в этой статье. Умение решать задачи кинематики является залогом успешного программирования манипулятора в целом. В статье также описан пример преобразования шагов шагового двигателя в координаты рабочего органа и зависимость точности манипулятора от характеристик шагового двигателя.

© Абдулгалимов Г.Л., Полькина Е.А., 2024

Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License  
The content is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License



**Ключевые слова:** детский технопарк, разработка моделей манипуляторов школьниками, решение задач кинематики, расчет координат, заданное рабочее пространство манипулятора

ССЫЛКА НА СТАТЬЮ: Абдулгалимов Г.Л., Полькина Е.А. Обучение решению задач кинематики в современном детском технопарке // Педагогика и психология образования. 2024. № 1. С. 28–37. DOI: 10.31862/2500-297X-2024-1-28-37

DOI: 10.31862/2500-297X-2024-1-28-37

**G.L. Abdulgalimov<sup>1</sup>, E.A. Polkina<sup>1, 2</sup>**

<sup>1</sup> Moscow Pedagogical State University,  
Moscow, 119435, Russian Federation

<sup>2</sup> The Russian Presidential Academy of National Economy  
and Public Administration (RANEPA),  
Moscow, 119571, Russian Federation

## Training in problem solving in kinematics at a modern children's technology park

The article describes the issues of development and programming of robot manipulators based on robotics kits in a children's technology park. It covers the fundamental knowledge elements from mathematics and mechanics for solving direct and inverse kinematics problems. A manipulator consists of several links and an end effector, which form kinematic pairs performing translational or rotational movements relative to each other. The direct kinematic problem involves calculating the coordinates of the end effector given the known values of the joint angles, while the inverse kinematics problem is the opposite, calculating the joint angles of the manipulator given the known coordinates of the end effector. Solving these problems requires knowledge of basic coordinate systems, the Pythagorean theorem, trigonometric functions and the cosine theorem, all of which are described in the article. The ability to solve kinematics problems is crucial for successful manipulator programming as a whole. The article also provides an example of converting step motor steps into end effector coordinates and discusses the dependence of manipulator accuracy on the characteristics of the step motor.

**Key words:** children's technology park, development of models of manipulators by schoolchildren, solving kinematics problems, calculation of coordinates, specified workspace of the manipulator

CITATION: Abdulgaliimov G.L., Polkina E.A. Training in problem solving in kinematics at a modern children's technology park. *Pedagogy and Psychology of Education*. 2024. No. 1. Pp. 28–37. (In Rus.). DOI: 10.31862/2500-297X-2024-1-28-37

Современные детские технопарки оснащены учебным оборудованием и робототехническими наборами на базе цифровой программируемой электроники и сложной кинематики. Робототехника сегодня – динамично развивающаяся область науки. Изобретатели еще сотни лет назад создавали роботы – технические устройства, помогающие человеку выполнять различные физические работы или самостоятельно выполняющие определенные функции, подобно человеку или животным. Однако процесс разработки моделей различных современных роботов требует от обучающихся владения более расширенными знаниями по предметам: математика, физика, информатика, естествознание и др.

Понятие «Робот» в толковом словаре по машиностроению определено так: «автоматическая машина, способная выполнять аналогичные человеку двигательные и управляющие функции» [6, с. 196]. Наибольшее распространение в наш век получили промышленные роботы. Как отмечено в ГОСТ 25686–85, промышленный робот – автоматическая машина, стационарная или передвижная, состоящая из исполнительного устройства в виде манипулятора, имеющего несколько степеней подвижности, и перепрограммируемого устройства программного управления для выполнения в производственном процессе двигательных и управляющих функций. Распространенным типом промышленного робота является робот-манипулятор, который также часто называют механической рукой. По ГОСТ 25686–85, «манипулятор – управляемое устройство или машина для выполнения двигательных функций, аналогичных функциям руки человека при перемещении объектов в пространстве, оснащенное рабочим органом» (<https://docs.cntd.ru/document/1200011747?ysclid=ltrdrxkg9z862551169>).

Современные манипуляторы обычно конструируются соединением нескольких подвижных друг относительно друга звеньев, которые образуют кинематическую систему робота. Два соседних звена называют кинематической парой. Звенья в каждой кинематической паре, в зависимости от ее типа, совершают друг относительно друга или поступательные или вращательные движения. Главная функция

манипулятора – это позиционирование в пределах допустимого рабочего пространства своего исполнительного устройства или, как говорят, рабочего органа (это может быть: захватный механизм, карандаш, фреза, экструдер, лазер и т.д.).

Для разработки и эксплуатации моделей манипуляторов в детском технопарке обучающимся необходимо научиться рассчитывать координаты рабочего органа в пределах заданного рабочего пространства. Расчет координат рабочего органа манипулятора производится в различных системах координат: прямоугольная, полярная, цилиндрическая, сферическая и угловая. Каждая кинематическая пара звеньев в манипуляторе работает в конкретной системе координат. Комбинирование различных кинематических пар (поступательных и вращательных) создает возможность позиционирования рабочего органа в границах рабочего пространства, имеющего свою форму: параллелепипед, часть полого цилиндра, часть полого шара, а также другие объемные фигуры, имеющие иногда причудливые формы. Таким образом, для эффективного программирования работы манипулятора необходимо уметь рассчитывать координаты рабочего органа, т.е. владеть некоторыми теоретическими знаниями из математики и физики и уметь решать так называемые прямую и обратную задачи кинематики.

В детском технопарке одновременно могут обучаться школьники разных возрастных групп. Поэтому возникает необходимость посвятить 2–3 часа обобщению и систематизации знаний (или, если необходимо, обучению) по некоторым темам из курса математики. Так, по основным системам координат у обучающихся необходимо актуализировать следующие знания.

1. Прямоугольная (декартова) система координат состоит из двух (на плоскости) или трех (в пространстве) осей координат, расположенных друг относительно друга под прямым углом. Точку пересечения осей называют началом координат. Координаты произвольной точки определяются перпендикулярами из этой точки к осям координат, соответственно двумя координатами на плоскости и тремя – в пространстве. Необходимым условием освоения темы является умение решать задачи по построению различных систем координат и графиков, определение величин углов с использованием тригонометрических функций, вычисление элементов прямоугольного треугольника на координатной плоскости.

2. Полярная система координат является двумерной и состоит из начала координат, называемой полюсом, и числового луча, исходящего из этого полюса и называемого полярной осью. Любая точка в полярной системе определяется двумя координатами:

- полярный радиус – это длина отрезка, соединяющий полюс с произвольной точкой;
- полярный угол – это угол между полярной осью и полярным радиусом, измеряемый от полярной оси против часовой стрелки [2].

Необходимо учесть то, что с полярной системой координат, в отличие от прямоугольной, многие школьники сталкиваются впервые, и чуть больше времени нужно уделить решению заданий по данной теме.

Далее обучающихся нужно «вооружить» следующими знаниями для вычисления расстояний, координат точек и углов между различными линиями в прямоугольных и полярных системах координат:

- расчет расстояния  $\rho$  от начала координат до произвольной точки с координатами  $x$  и  $y$  производится по Теореме Пифагора:  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ;
- расчет координат точки при совместном использовании прямоугольных и полярных систем координат производится с помощью тригонометрических функций:  $x = \rho \cos \varphi$ ,  $y = \rho \sin \varphi$ , где  $\rho$  – полярный радиус,  $\varphi$  – полярный угол;
- для расчета величины полярного угла  $\varphi$  используются обратные тригонометрические функции:  $\varphi = \arccos(\rho/x)$ ,  $\varphi = \arcsin(\rho/y)$ ;
- расчет углов и сторон в произвольном треугольнике, образованном при соединении точек на координатной плоскости, производится по Теореме косинусов:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ , где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – стороны треугольника,  $A$  – угол, противоположный стороне  $a$ .

Рассмотренные формулы используются для расчета и программирования позиции рабочего органа в рабочем пространстве манипулятора. Так, рассмотрим примеры расчетов для различных по форме рабочих пространств в привязке к приводам манипулятора [2].

**Пример 1.** *Рассчитать позиционирование рабочего органа с помощью шаговых двигателей в манипуляторах с рабочим пространством в форме параллелепипеда (например, как в 3D-принтерах).*

В манипуляторах с рабочим пространством в форме параллелепипеда после уточнения начального положения рабочего органа, т.е. начала координат, далее перемещаясь по трем осям координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , можно добраться до любой точки рабочего пространства. Вдоль трех осей координат закрепляются специальные направляющие рейки, по которым осуществляется движение рабочего органа с помощью трех программируемых шаговых двигателей.

Шаговые двигатели при получении электрического импульса поворачивают свой ротор на определенный угол (шаг), от 0,1 до 90 градусов. Шаг является основной характеристикой шаговых двигателей. Так, в рассматриваемом манипуляторе один импульс, поданный управляющей программой на тот или иной шаговый двигатель, двигает рабочий

инструмент на одно деление по соответствующей координатной оси. Это расстояние, т.е. шаг рабочего органа, может достигать высокой точности, т.е. тысячных долей миллиметра. Зная шаг двигателя и радиус шкива, можно рассчитать точность перемещения рабочего органа, т.е. расстояние, на которое переместится рабочий орган при поступлении одного импульса из управляющей программы в шаговый двигатель [3].

Пусть диаметр шкива составляет 23 мм, а шаг двигателя 1 градус. Тогда длина окружности шкива, т.е. перемещение рабочего органа за полный оборот шкива (или ротора) составит  $3,14 \cdot 23 = 72$  мм. А поворот шкива на 1 градус приводит к перемещению рабочего органа на  $72 : 360 = 0,2$  мм. Таким образом, качество печати 3D-принтера с таким шаговым двигателем и шкивом составит 0,2 мм, что является неплохим качеством для современных принтеров.

Рассмотрим еще один расчет, когда шаг шагового двигателя составляет 0,75 градусов, а диаметр шкива – 15,3 мм. В один оборот такого двигателя входит  $360 : 0,75 = 480$  шагов или импульсов. Длина окружности шкива составит  $3,14 \cdot 15,3 = 48$  мм. Следовательно, шаг перемещения рабочего органа на один шаг шагового двигателя составит  $48 : 480 = 0,1$  мм или 100 микрон, что является очень хорошим качеством для промышленных манипуляторов.

В конструкции манипулятора могут быть использованы различные виды передач (зубчатая, ременная, винтовая и др.), которые могут влиять на точность позиционирования рабочего органа. Точность позиционирования критична для многих манипуляторов, например, по обработке кристаллов, сборке микроэлектроники и т.д.

После конструирования манипулятора необходимо управлять им с помощью специальной программы, которая пишется в специальных средах разработки. Рассмотрим логику работы, например, работа по резке и гравировке лазерным лучом. На экране компьютера отображается прямоугольная рабочая зона с осями координат, такая же, как рабочий столик робота-гравировщика, где закрепляется прямоугольная заготовка из фанеры. С помощью точек и линий на компьютере создается рисунок, который преобразовывается в массив соответствующих координат, которые, в свою очередь, передаются в шаговые двигатели робота. Лазер определенной мощности включается, когда рабочий орган достигает до заданных точек, где соответственно происходит обжиг или резка.

Манипуляторы с рабочей зоной в виде параллелепипеда успешно решают многие задачи, но они имеют определенные ограничения по гибкости в управлении рабочим органом. Большую гибкость имеют манипуляторы в виде механической руки с несколькими степенями

подвижности. Количество степеней подвижности или, что то же самое, степеней свободы манипулятора, обеспечивается количеством кинематических звеньев, от 3-х и более.

*Пример 2. Рассмотрим манипулятор с двумя звеньями, постоянной длины и двумя приводами для угловых поворотов каждого звена (это, например, манипулятор на подобии циркуля с иглой в начале координат).*

На этом примере рассмотрим решение основных задач кинематики (прямая и обратная), необходимых для расчета и программирования манипуляторов. Прямая задача кинематики – это когда мы знаем углы поворота каждого звена (каждого привода), а необходимо однозначно определить итоговые координаты рабочего органа. Обратная задача кинематики – это когда мы знаем итоговые координаты рабочего органа, но требуется определить углы поворота всех приводов, т.е. углы поворота каждого кинематического звена. У обратной задачи кинематики, в отличие от прямой, может быть несколько решений, т.е. это если колено механической руки выворачивать в одну или в другую сторону, при одних и тех же координатах рабочего органа [1; 4].

Рассмотрим решение прямой задачи кинематики. Пусть два звена кинематической пары с координатами концов звеньев  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  имеют длины  $d_1$  и  $d_2$ , а углы отклонения от оси  $x$  этих звеньев, соответственно, обозначим  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Тогда итоговые координаты  $(x, y)$  рабочего органа будут равны сумме координат промежуточных звеньев:

$$x = x_1 + x_2 = d_1 \cos(\alpha_1) + d_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2),$$

$$y = y_1 + y_2 = d_1 \sin(\alpha_1) + d_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2).$$

Рассмотрим решение обратной задачи кинематики. Два смежных звена всегда имеют три точки (точка соединения звеньев и две точки на свободных концах звеньев), которые образуют произвольный треугольник. Тогда углы отклонения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  двух звеньев кинематической пары будут равны:

$$\alpha_1 = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) = \arccos\left(\frac{d^2 + d_1^2 - d_2^2}{2dd_1}\right);$$

$$\alpha_2 = \pi - \arccos\left(\frac{d_1^2 + d_2^2 - d^2}{2d_1d_2}\right),$$

где  $d^2 = x^2 + y^2$ .

Решение задач кинематики в виде предложенных расчетов можно запрограммировать с помощью любого языка программирования, а результаты выводить в приводы учебных манипуляторов. В учебных манипуляторах повороты звеньев осуществляются с помощью сервоприводов, с углом отклонения часто от 0 до 300 градусов. Величина угла в сервоприводах задается широтно-импульсно-модулированным сигналом, который выражается в диапазоне целых чисел 0–256 или 0–1024. При программировании задач кинематики параметры конкретных сервоприводов ставятся в соответствие с этими диапазонами.

Современные роботы высокоинтеллектуальные и под управлением программ выполняют сложные, часто непосильные человеку по точности и тяжести задачи. При разработке современных роботов особое значение придается расчету и подбору различных деталей (приводы, датчики, микроконтроллеры и т.д.), с необходимыми техническими характеристиками, что является целью исследовательских проектов обучающихся вузов.

#### Библиографический список / References

1. Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А. Методы управления робототехническими приложениями: учебное пособие. СПб., 2016. [Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A. *Metody upravleniya robototekhnicheskimi prilozheniyami* [Methods for controlling robotic applications]. Tutorial. St. Petersburg, 2016.]
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М., 2006. [Vygodsky M.Ya. *Spravochnik po vysshey matematike* [Handbook of higher mathematics]. Moscow, 2006.]
3. Кенио Т. Шаговые двигатели и их микропроцессорные системы управления / пер. с англ. М., 1987. [Kenio T. *Shagovye dvigateli i ikh mikroprotsessornye sistemy upravleniya* [Stepper motors and their microprocessor control systems]. Transl. from English. Moscow, 1987.]
4. Колтыгин Д.С., Седельников И.А. Метод и программа решения прямой и обратной задачи кинематики для управления роботом-манипулятором // Системы. Методы. Технологии. 2020. № 4 (48). С. 65–74. [Koltygin D.S., Sedelnikov I.A. Method and program for solving direct and inverse kinematics problems for controlling a robotic manipulator. *Systems. Methods. Technologies*. 2020. No. 4 (48). Pp. 65–74. (In Rus.)]
5. Методика определения позиционной точности учебного модульного робота / Азарян Д.К., Чальшев М.С., Шандыбина И.М., Полянчикова М.Ю. // Актуальные вопросы профессионального образования. 2017. № 4 (9). С. 9–11. [Azaryan D.K., Chalyshev M.S., Shandybina I.M., Polyanchikova M. Yu. Methodology for determining the positional accuracy of an educational modular robot. *Aktualnye voprosy professionalnogo obrazovaniya*. 2017. No. 4 (9). Pp. 9–11. (In Rus.)]



6. Толковый словарь по машиностроению. Основные термины / под ред. А.М. Дальского. М., 1987. [Tolkovyy slovar po mashinostroeniyyu. Osnovnyye terminy [Explanatory dictionary of mechanical engineering. Basic terms]. A.M. Dalsky (ed.). Moscow, 1987.]
7. Abdulgalimov G. Student research project: Development of an interactive terminal for the selection and sale of car electronics. *Technology Enhanced Learning in Higher Education (TELE)*. 2021. Pp. 46–49.
8. Momani S., Abo-Hammour Z.S., Alsmadi O.M.K. Solution of inverse kinematics problem using genetic algorithms. *Applied Mathematics & Information Sciences*. 2016. Vol. 10. No. 1. Pp. 1–9.

Статья поступила в редакцию 05.07.2023, принята к публикации 08.09.2023

The article was received on 05.07.2023, accepted for publication 08.09.2023

### Сведения об авторах / About the authors

**Абдугалимов Грамудин Латифович** – доктор педагогических наук, доцент; профессор кафедры технологических и информационных систем Института физики, технологии и информационных систем, Московский педагогический государственный университет

**Gramudin L. Abdulgalimov** – Dr. Pedagogy Hab.; Professor at the Department of Technological and Information Systems of the Institute of Physics, Technology and Information Systems, Moscow Pedagogical State University

E-mail: gl.abdulgalimov@mpgu.su

**Полькина Елена Александровна** – кандидат физико-математических наук, доцент; доцент кафедры управления бизнес-процессами факультета рыночных технологий Института отраслевого менеджмента, Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ, г. Москва

**Elena A. Polkina** – PhD in Physical and Mathematical, Associate Professor at the Department of Business Process Management of the Faculty of Market Technologies of the Institute of Industry Management, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Moscow

E-mail: polkina-ea@ranepa.ru

### Заявленный вклад авторов

**Абдугалимов Г.Л.** – разработка концепции обзора проблемы, участие в написании и подготовке текста статьи

**Полькина Е.А.** – отбор и анализ источников по теме исследования, участие в написании и подготовке текста статьи

### Contribution of the authors

**G.L. Abdulgalimov** – development of the concept of a review of the problem, participation in writing and preparing the text of the article

**E.A. Polkina** – selection and analysis of sources on the research topic, participation in writing and preparing the text of the article

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи

All authors have read and approved the final manuscript